

Research Paper

Misunderstandings of fourth grade students regarding the concept of surface of geometric shapes in mathematics lessons

Shayesteh Rezaei ^{*1}, Abolfazl Taghipour ²

Received: 01/11/2024

Accepted: 06/06/2025

PP:20-36

Abstract

This study investigated students' misunderstandings about the concept of the surface of geometric shapes. The study is a quantitative descriptive-correlational analysis in terms of its applied purpose, survey implementation, and data analysis method. The statistical population was 217 male students in the fourth grade of elementary schools in Azna city. According to the Morgan, s table, the sample size is 180, but according to the interview section with students to identify misunderstandings, 120 people were selected for the sample using cluster random sampling. The measurement tool was a researcher-made test consisting of 7 questions. Misunderstandings in the field of geometric shapes in mathematics were categorized into four categories, and the test questions were designed to measure these misunderstandings based on the four categories. Each question could examine more than one type of misunderstanding. The statistical tests of correlation coefficient and Friedman ranking were used to analyze the data. The results showed that students had misunderstandings in the following order: over-attribution (over-attribution of a concept to a specific concept), over-generalization (generalization of a correct and correct concept to another situation), limited conceptualization (the root of the student's misunderstanding depends on not understanding the concept or procedure), and incorrect translation (students make mistakes in translating symbols, tables, words, or diagrams when answering questions). Investigating students' problems and misunderstandings about learning and solving problems related to geometric shapes, It can be used by elementary school teachers, textbook authors, and researchers.

Keywords: Misunderstanding, Concept of surface of geometric shapes, Mathematics lessons

Citation: Rezaei, Sh., Taghipoor, A. (2025). Misunderstandings of fourth grade students regarding the concept of surface of geometric shapes in mathematics lessons. Journal of New Thinking in Instruction and Learning, Vol 2, No 1, Pp 20-36

¹ - Assistant Professor, Department of Mathematics, AL.C., Islamic Azad University, Aligudarz, Iran (corresponding Author: Email: sh.rezaei@iau.ac.ir)

²- Department of Educational Management, AL.C., Islamic Azad University, Aligudarz, Iran.

Extended Abstract

Introduction:

Students should be taught mathematics at an early age to foster creative thinking, logic, and hard effort. However, many students still consider mathematics is difficult (Yusup, 2023). According to Irawan & Wilujeng (2020), teaching mathematics seeks to increase students' thinking abilities and cognition, change their behavior for the better, and allow them to create works based on mathematical concepts. Mathematics is a scientific field that studies facts, concepts, processes, and abstract ideas. Fujii (2020) describes research goals for mathematics education as facts, concepts, principles, and abilities. Each idea and structure is organized in a methodical fashion, so they always go from the most fundamental to the most complicated concepts and structures. Students will learn advanced topics more effectively if they have a firm understanding of the fundamental concepts. If students do not understand earlier preconceptions, it may cause misunderstandings in future working (Radiusman, 2020).

Among the various branches of mathematics, geometry and its problems have always faced a wider and wider range of misunderstandings and learning problems, and its learning occurs only when it is combined with a deep understanding (Yaftian, N. & Safabakhsh Chekousari, 2019). In the elementary school, education is mostly in a way that increases students' visual skills and encourages them to use intuition. As time passes and students' educational level increases, they are expected to be equipped with logical arguments and prove various theorems. The path to learning geometry is not smooth for most students and faces them with various challenges. A large part of these problems manifest themselves in the subject of geometric shapes. The difficulty of students in dealing with shape concepts, who tend to ignore the definition due to the appearance of the shape, creates a major obstacle in the process of geometric reasoning, and in order to face such contradictory situations, special training should be considered for students in classrooms and by teachers. In fact, the process of forming the concepts of shape area in students' minds is not formed by conventional geometry methods. This study seeks to ask the question: What are the misunderstandings of fourth-grade male students in the concept of the level of geometric shapes in mathematics in the city of Azna?

Goal:

The purpose of the study was to investigate the misunderstandings of fourth grade students regarding the concept of the surface of geometric shapes in mathematics.

Method:

This research is an applied, descriptive-correlational, cross-sectional, and inductive research in terms of its purpose, method, implementation time, and logic. The statistical population of fourth-grade male students in Azna city in the academic year 2023-2024 was 217 people. According to Morgan's table, we should have considered 180 people as a statistical sample. However, considering the conditions and limitations that existed in this field and considering the interview section with students to identify misunderstandings, 120 people were selected as a sample using cluster random sampling. A researcher-made test was used to collect data. In preparing and setting the researcher-made test, the researcher tried to obtain the required information from the respondents by using questions that measure the level of misunderstandings of geometric shapes in a desirable way. To determine the content validity coefficient, 4 math teachers who were proficient in the subject were asked to evaluate each item based on its general and partial factors based on a three-part spectrum of "necessary", "useful", and "unnecessary". It should be noted that considering the number of experts, namely

Misunderstandings of fourth grade students regarding the concept of surface of geometric shapes in mathematics lessons

4 people, the acceptable level for the content validity index is 0.99. The results of the validity study (CVR = 1) showed that all 7 designed questions are approved due to the content validity index value higher than 0.99; therefore, all the designed questions are in line with the researcher's goals in measuring the construct of understanding geometric shapes. Cronbach's alpha method was used to examine the reliability of the collected data. The Cronbach's alpha coefficients obtained were 0.81, which is considered desirable. SPSS version 27 statistical software was used to analyze the research data.

Findings:

The correlation coefficient obtained in the relationship between student performance and incorrect translation is -0.41, which is significant at the 0.95 level of confidence ($P < 0.05$). Also, the coefficient of determination obtained is equal to 0.17, which indicates that 17 percent of the variance of the student performance variable is explained by incorrect translation. There is a significant relationship between the student performance variable and limited conceptualization at the 0.95 confidence level ($r = -0.27$, $P < 0.05$). Also, the coefficient of determination obtained is equal to 0.07, which indicates that 7 percent of the variance of the student performance variable is explained by limited conceptualization. The correlation coefficient between the student performance variable and the four misunderstandings is equal to -0.91, which is significant at the 0.95 confidence level. Also, the coefficient of determination obtained is equal to 0.83, which indicates that 83 percent of the variance of the student performance variable is explained by misunderstandings. The most significant relationship between misunderstanding and student performance is over-attribution. In fact, 35 percent of the variance of performance is explained by over-attribution.

The results of Table 3, considering the value of the test statistic (72/70) and with 3 degrees of freedom, show that the null hypothesis that the importance of the four misconceptions is equal is rejected. In Table 4, the average rank and ranks related to each of the misconceptions of fourth grade male students in the concept of geometric shapes level of mathematics lesson can be seen.

As the results of Table 4 show, overattribution error is in first place with an average rank of 2.81, overgeneralization is in second place with an average rank of 2.74, limited conceptualization is in third place with an average rank of 2.66, and finally, misunderstanding and incorrect translation is in third place with an average rank of 1.79.

Conclusion:

Mathematics, both because of its nature and because of the misconceptions attributed to it, has always been a source of misunderstanding for students. Teachers, who play a key role, must be aware of these mathematical misconceptions and ensure that they do not persist for long. These misconceptions create significant barriers to student performance. Teachers must take the necessary preventive measures to reduce future misunderstandings. This approach will help foster a community of healthier and happier students who enjoy mathematics as much as other arts such as music and painting and who feel satisfied with solving problems correctly in their daily lives. This can be achieved through conscious and targeted interventions designed to strengthen students' conceptual understanding. By shifting from a teacher-centered, procedural learning model to a more conceptual approach, educators can better equip students with the tools they need to overcome mathematical misconceptions

بdfهمی های دانش آموزان پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی

شایسته رضائی^{۱*} ابوالفضل تقی پور^۲

تاریخ دریافت: 1403/08/11 تاریخ پذیرش: 1403/10/17

شماره صفحات: 20-36

چکیده

مقدمه و هدف: پژوهش به بررسی بdfهمی های دانش آموزان در مورد مفهوم سطح اشکال هندسی پرداخته است. پژوهش از نظر هدف کاربردی، از نظر اجرا پیمایشی و از نظر روش تجزیه و تحلیل داده ها یک تحلیل کمی از نوع توصیفی - همبستگی است. **روش شناسی پژوهش:** جامعه آماری دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی مدارس شهر ازنآ، به تعداد ۲۱۷ نفر بود. باتوجه به جدول مورگان حجم نمونه ۱۸۰ نفر است، اما باتوجه به بخش مصاحبه با دانش آموزان جهت شناسایی بdfهمی ها، به روش نمونه گیری تصادفی خوشه ای تعداد ۱۲۰ نفر برای نمونه انتخاب شدند. ابزار اندازه گیری، آزمون محقق ساخته شامل ۷ سؤال بود. بdfهمی های حوزه اشکال هندسی در ریاضی در چهار دسته، دسته بندی شد و سؤالات آزمون جهت سنجش این بdfهمی ها بر اساس چهار دسته طراحی شد. هر سؤال ممکن بود بیش از یک نوع بdfهمی را بررسی کند. برای تجزیه و تحلیل داده ها از آزمون های آماری ضریب همبستگی و رتبه بندی فریدمن استفاده شد.

یافته ها: نتایج نشان داد که دانش آموزان دچار بdfهمی های به ترتیب بیش تخصیصی (تخصیص بیش از اندازه مفهوم به یک مفهوم مشخص شده)، بیش تعمیمی (تعمیم یک مفهوم درست و صحیح به وضعیتی دیگر)، مفهوم سازی محدود (ریشه ی بdfهمی دانش آموز به درک نکردن مفهوم یا رویه بستگی دارد) و ترجمه نادرست (دانش آموزان هنگام پاسخ گویی به سؤال، در ترجمه ی نمادها، جدول ها، واژگان یا نمودارها دچار اشتباه می شوند) شده بودند.

بحث و نتیجه گیری: بررسی مشکلات و بdfهمی های دانش آموزان در مورد یادگیری و نیز حل مسائل مربوط به اشکال هندسی می تواند مورد استفاده معلمان دوره ابتدایی، مؤلفان کتب درسی و پژوهشگران قرار بگیرد.

واژه های کلیدی: بdfهمی، سطح اشکال هندسی، دانش آموزان پایه ی چهارم، درس ریاضی.

استناد: رضائی، شایسته؛ تقی پور، ابوالفضل. (1404). بdfهمی های دانش آموزان پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی، فصلنامه نواندیشی در آموزش و یادگیری، دوره دوم، شماره یک، شماره صفحات 20-36

1 - استادیار گروه ریاضی واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران (نویسنده مسئول). ایمیل: sh.rezaei@iau.ac.ir

2 - گروه مدیریت آموزشی، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران.

به دانش آموزان باید ریاضیات را در سنین پایین آموزش داد تا تفکر خلاق، منطق و تلاش سخت را تقویت کند. باین حال، بسیاری از دانش آموزان هنوز ریاضیات را دشوار می دانند (Yusup, 2023). ایراوان و ویلوجنگ (Irawan & Wilujeng, 2020) بیان می کنند که آموزش ریاضیات به دنبال افزایش توانایی های تفکر و شناخت دانش آموزان، تغییر رفتار آنها برای بهتر شدن و ایجاد آثار بر اساس مفاهیم ریاضی است. ریاضیات یک رشته علمی است که حقایق، مفاهیم، فرایندها و ایده های انتزاعی را مطالعه می کند. فوجی⁴ (2020) اهداف تحقیق برای آموزش ریاضی را به عنوان حقایق، مفاهیم، اصول و توانایی ها توصیف می کند. هر ایده و ساختار به شیوه ای روشمند سازماندهی شده است، بنابراین آنها همیشه از این موضوع خارج می شوند، اساسی ترین برای پیچیده ترین مفاهیم و ساختارها. اگر دانش آموزان درک محکمی از مفاهیم اساسی داشته باشند، موضوعات پیشرفته را به طور مؤثرتری یاد خواهند گرفت. اگر دانش آموزان پیش فرض های قبلی را درک نکنند، ممکن است باعث سوء تفاهم در کار آینده شود (Radiusman, 2020). عوامل متعددی در مشکلات یادگیری و عدم درک مفهومی دانش آموزان نقش دارند، از جمله در دسترس بودن مواد آموزشی و رویکرد یادگیری مورد استفاده (Chew & Cerbin, 2021). دانش آموزان معمولاً در اولین برخورد با مفاهیم جدید با «دریافت» آن ها دست و پنجه نرم می کنند. دستیابی به رشد مفهومی و تسلط ممکن است ساعت ها، روزها، هفته ها، ماه ها یا سال ها طول بکشد. دانش آموزان مکرراً مرتکب اشتباهات ریاضی می شوند که ما آن را تصورات نادرست می نامیم. توجه زیاد به تصورات نادرست مکرر و گنجاندن آنها در بخش های آموزشی یک روش آموزشی قدرتمند است. مؤلفه های مختلفی بر تفکر دانش آموز تأثیر دارد. نگرش ها و افکار ریاضی آنها شامل فرمول ها، ارتباط ها، خستگی و لذت است. تصورات نادرست ناشی از تدریس ناکافی، مرور غیررسمی یا به خاطر سپردن ضعیف، یکی از منابع اصلی مشکلات یادگیری در ریاضیات است. ما باید نیاز به تقویت مدارس برای طراحی آینده مولدتر و نقش حیاتی آموزش در آماده سازی نسل در حال توسعه برای زندگی با استاندارد مطلوب را بشناسیم (Kurudirek & Berdieva, 2025).

تغییر عقاید و باورهای نادرست جایگزین اغلب دشوار است، زیرا افراد تمایل دارند از آنها دفاع کنند، زیرا با ساختارهای مفهومی و باورهای ارزشمند خود همسو می شوند. تصور نادرست تصویر ذهنی نادرستی است که به دلیل تجارب آموزشی گیج کننده یا ناکافی شکل می گیرد و منجر به خطاهای عملیاتی در حل مسئله می شود. باین حال، همه خطاهای عملیاتی ناشی از جایگزین درک نیستند، گاهی اوقات، آنها از فقدان مراحل یا قراردادن مقادیر نادرست ناشی می شوند (Alkramiti, 2023). برخی از محققان استفاده از "مفاهیم جایگزین" را به جای تصورات نادرست برای جلوگیری از مفاهیم منفی ترجیح می دهند، اگرچه این اصطلاحات اغلب قابل تعویض در نظر گرفته می شوند (Clement, 1993; Taber, 2015). پانورا⁵ (2012) بیان می کند که با وجود اهمیت یادگیری ریاضی، معلمان با شیوه های آموزش درست آن به کودکان آشنا نیستند. اکثر معلمان از پیامدهای تصمیم های آموزشی خود بی اطلاع هستند که این امر باعث می شود روش تدریس انتخاب شده توسط آنها در برخی موارد منجر به ایجاد بدفهمی هایی برای دانش آموزان شود. همچنین چاپمن و مسترز⁶ (2011) بیان می کنند که در این دو وضعیت دانش آموز تفسیرهای خود از اطلاعات را می سازد و بر مبنای آن با اطلاعات قبلی، پیوندهای خود را برقرار می کند. این تفسیرها و پیوندهای ناقص و معیوب به خطاهای سامان مند منجر می شوند که نام آن را باید بدفهمی گذاشت (Kurudirek & Berdieva, 2025). آگاهی و شناخت ریشه های بدفهمی های دانش آموزان در ریاضیات به معلمان کمک می کند تا با استفاده از طراحی های آموزشی مناسب در کلاس درس، از بروز این بدفهمی ها جلوگیری نموده و در صورت مشاهده، آنها را اصلاح نمایند (Gorzinnzhad, 2018). لوچدو و مسترز⁷ معتقدند که بدفهمی دانش آموزان در موضوعات مختلف ریاضی، مخلوق تجربه های ناموفق قبلی آنها در موضوعات اخیر است که در ریاضیات داشته اند. آنها همچنین معتقدند که این پدیده، نتیجه ای از این حقیقت است که وقتی دانش آموزی اقدام به یادگیری می کند به مفهیمی بر می گردد که قبلاً آموخته است. به طور کلی، آموزش مباحث ریاضیات مستلزم شناختی همه جانبه از موضوع و نیز آسیب شناسی ابعاد حسابی، هندسی و جبری و برداشت های محتمل دانش آموزان از این موضوعات است. بدفهمی به طور مستقل وجود ندارد و در یک چارچوب مفهومی

Fujii⁴Panaoura⁵Chapman & Masters⁶Luchedo & Mestre⁷

خاص بروز می کند. بدفهمی ها می توانند با تغییرات چارچوب، تغییر کنند یا ناپدید شوند؛ بنابراین، یکی از اهداف کلیدی در اصلاح بدفهمی ها، تغییرات چارچوب مفهومی دانش آموزان از مطالب است (Soygür, 2008). محققان بدفهمی ها را در چهار گروه قرار می دهند:

- بیش تعمیمی: دانش آموز مفهوم یا رویه ای را که در یک وضعیت درست است به وضعیتی دیگر تعمیم می دهد.
- بیش تخصیصی: دانش آموز محدودیتی را که ویژگی یک مفهوم، یا رویه نیست، به آن نسبت می دهد.
- ترجمه نادرست: دانش آموز در ترجمه ی واژگان، نمادها، جداول یا نمودارها به یکدیگر اشتباه می کند.
- مفهوم سازی محدود: ریشه ی بدفهمی دانش آموز به عدم درک مفهوم یا رویه برمی گردد (Amiri et al., 2022).

هندسه عبارت است از "مطالعه اشکال، روابط و خصوصیات آنها. هندسه یکی از رشته های مهم ریاضیات است. دانش هندسه پیش نیاز کار در زمینه هایی مانند: فیزیک، نجوم، هنر، طراحی مکانیکی، شیمی، زیست شناسی و زمین شناسی است (Luneta, 2015). هندسه و حس فضایی، اجزای اساسی یادگیری ریاضیات هستند. آنها راه هایی برای تفسیر و تأمل در محیط فیزیکی ما ارائه می کنند و می توانند به عنوان ابزاری برای مطالعه سایر موضوعات در ریاضیات و علوم عمل کنند (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 41). سلسله مراتب در مدل تفکر هندسه ون هیله یک عامل تعیین کننده مهم در برنامه ریزی برنامه درسی هندسه است. مراحل در نظریه ون هیله به ترتیب تجسم، تحلیل، انتزاع، استنتاج و دقت است. این سطوح به ترتیب سلسله مراتبی هستند (Van Hiele, 1986). وقتی دانش آموزان مفاهیم هندسی را یاد می گیرند، تا پنج مرحله سطوح استدلال سلسله مراتبی پیشرفت می کنند (Mbusi, 2015). کودک نمی تواند مرحله انتزاع را قبل از اینکه مرحله مشاهده رخ دهد پشت سر بگذارد. این مراحل بر اساس تجربه کودک رشد می کند نه بر اساس سن. توسعه یک مفهوم هندسی با شکل گیری مفاهیم دیگر مرتبط با این مفهوم صورت می گیرد. موضوعات هندسه متشکل از مفاهیم انتزاعی هستند و به ترتیب پشت سرهم پیش می روند. یادگیری مفاهیم هندسی به توانایی ذهنی بالایی نیاز دارد. فراگیران باید کسب کنند تا بتوانند آنها را تصور، تجزیه و تحلیل کنند، تا بتوانند روابط آنها را به خوبی تشخیص دهند (Jacobson & Lehrer, 2000). دانش آموزان ممکن است در هنگام یادگیری مفاهیم مرتبط با هندسه با مشکلاتی مواجه شوند. معنی دار نکردن مفاهیم به اندازه کافی ممکن است باعث ایجاد خطا و بدفهمی شود. یک تصور نادرست می تواند نتیجه استفاده نادرست از یک قانون، تعمیم بیش از حد یا کمتر، یا یک تصور جایگزین از موقعیت باشد (Drews, 2005). اگر چه خطا و تصورات نادرست یکسان تلقی می شوند، اما با یکدیگر متفاوت هستند. باید تشخیص داد که آیا این مشکلاتی که در یادگیری دانش آموزان ایجاد می شود ناشی از اشتباه است یا تصورات نادرست. خطا عبارت است از اشتباهات موجود در پاسخ های داده شده توسط دانش آموزان به سوالات و تصورات غلط یا بدفهمی ها اطلاعات درونی است که مانع یادگیری دانش آموز می شود؛ در حالی که خطا از بی احتیاطی بدون آگاهی دانش آموز ناشی می شود، تصور غلط به عنوان یک عمل آگاهانه ظاهر می شود. تصورات غلط اشتباه هستند، اما همه اشتباهات تصورات غلط نیستند (Eryilmaz, 2002). تصور غلط ایده های شهودی که دانش آموزان در نتیجه تجربیات محیط فیزیکی خود برای خود ساخته اند، است (Gilbert & Watts, 1983). تال و وینر⁸ (1981) تمایزی بین مفاهیم ریاضی تعریف شده رسمی و فرایندهای شناختی که برای آنها طراحی شده اند، فرمول بندی کردند. اصطلاح تصویر مفهومی برای توصیف کل سازمان شناختی مرتبط با مفهوم استفاده می شود که شامل تمام تصاویر ذهنی و ویژگی ها و فرایندهای مرتبط است. این تصویر در طول زمان از طریق انواع تجربیاتی که با مواجهه فرد با محرک های جدید و بلوغ تغییر می کند، شکل می گیرد. تصویر مفهومی دانش آموز، شکل کلماتی است که او برای توضیح خود به کار می برد. چه این تعریف به او داده شده باشد و چه توسط او، ممکن است هر از گاهی تغییر کند. به این ترتیب، تعریف مفهوم شخصی ممکن است با تعریف مفهوم رسمی متفاوت باشد. به این دلایل، مهم ترین عامل در شکل گیری تصورات غلط، تصاویر مفهومی است که دانش آموزان از این مفهوم دارند. به عنوان مثال در تعریف مفهومی بر اساس خودانگاره، دانش آموز مستطیل بودن مربع را نمی پذیرد. باورهای نادرست مانع از یادگیری درستی مفاهیم می شود و باعث بروز باورهای نادرست جدید می شود. وقتی معلم از تصاویر مفهومی احتمالی آگاه باشد، می تواند تعارض را از طریق رویارویی و ارتباط منطقی کند تا تصاویر نادرست را به سطح بیاورد (Kembitzky, 2009). بعضی از مشکلات دانش آموزان در یادگیری هندسه در رویارویی با مسائل هندسی مختلف به ویژه مسائلی که به تشخیص یا رسم شکل نیاز دارند، ظاهر می شود (Duval, 1995). در حقیقت یکی از چالش های دانش آموزان در هندسه، ارتباط با اشکال هندسی است. بسیاری از دانش آموزان اسم اشکال هندسی را فقط با توجه به شکل ظاهری آن ها حس می زنند و با ویژگی های اصلی هر یک از این اشکال هندسی آشنایی ندارند و این عمده ترین علتی است که بسیاری از آن ها در تشخیص این اشکال دچار اشتباه می شوند. برای مثال، ممکن است یک بیضی تنها به خاطر انحنايي که دارد، دایره فرض کنند و یا

مستطیلی را که طول بسیار بلند و عرض کوتاهی داشته باشد، مستطیل در نظر نگیرند (Clements & Battista, 1992). چراکه هیچ وقت در گذشته مستطیلی به آن صورت ندیده‌اند. در واقع بسیاری از دانش‌آموزان در تشخیص اشکال هندسی، تنها بر شهود و تجربه‌های گذشته‌ی خود تکیه می‌کنند (Burger & Shaughnessy, 1986). باروت و رتاواتی⁹ (2020) اعتقاد دارند چالش‌های دانش‌آموزان در هندسه شامل عدم توانایی تشخیص اشکال هندسی باتوجه‌به تعاریف رسمی آن‌ها، ضعف در تجسم، عدم درک نمادها و اصطلاحات هندسی، عدم توانایی ارائه‌ی استدلال‌های دقیق در ارتباط با اشکال هندسی و غیره است. جهت برطرف شدن مشکلات و خطاهای دانش‌آموزان ضروری است سبب و منشأ آن‌ها مشخص شود. کایزر¹⁰ (2003) مشخص کرد که دانش‌آموزان در مفهوم زاویه مشکل دارند. فوجیتا¹¹ (2012) در مطالعه خود با ۱۹ معلم دریافت که اکثر شرکت‌کنندگان تعاریف را به‌درستی می‌دانستند، اما آنها چهارضلعی‌ها را با در نظر گرفتن نمونه‌های اولیه و اشکال ارزیابی کردند. فونستا و کونها¹² (2011) رویکردهای ۷۹ معلم پیش از خدمت را به موضوعات هندسی بررسی کردند. مشاهده شد که اکثر شرکت‌کنندگان تعاریف را می‌دانستند، تشبیه می‌کردند، عملیات را درک می‌کردند و می‌توانستند قوانین هندسی را اعمال کنند. با این حال، او متوجه شد که آنها در تجسم، استدلال، توضیح سبک تفکری که او پردازش می‌کرد و ایجاد ارتباط با موضوعات مختلف ریاضی مشکل داشتند. وارد¹³ (2004) دریافت که دانش‌آموزان حتی در تعاریف چندضلعی ابتدایی نیز مشکل دارند. اکثر مطالعات راجع به طبقه‌بندی، خطاها، تصورات غلط و سطوح تفکر هندسه برای دانش‌آموزان در خصوص اشکال هندسی با پایه‌های ۶، ۷ و ۸ و دانش‌آموزان دبیرستانی انجام شدند. در پایه‌ی چهارم، مطالعاتی که دانش‌آموزان را در مورد اشکال هندسی بررسی می‌کند (طبقه‌بندی، خطا، تصور غلط و سطح تفکر هندسه ون هیله) تقریباً وجود ندارد. بیشتر خطاها مفهومی هستند و نشان می‌دهند که دانش‌آموزان سوالات را درک نکرده و در نتیجه نمی‌دانند چه باید بکنند. همچنین بیان شده است که وقتی دانش‌آموزان کمبود دارند. دانش مفهومی، نتایج آنها بسیار شدید است، و آنها به‌سختی به سوالات در امتحان پاسخ می‌دهند (Altıparmak & Gürçan, 2021). تحقیقات مختلف نشان داده است که تصورات نادرست ریاضی مسائل عمده‌ای را در سایر دروس ایجاد می‌کند. یکی از آنها شناسایی عواملی است که به واریانس عملکرد دانش‌آموزان در دوره‌های فیزیک دبیرستان کمک می‌کند. چندین مطالعه ارتباط مثبتی بین توانایی ریاضی دانش‌آموزان و نمرات آزمون آنها در فیزیک دبیرستان را تأیید می‌کند (Kurudirek et al., 2025).

تحقیقات گوناگونی راجع به تصورات غلط و بدفهمی‌ها در ریاضیات صورت گرفته است. از جمله کورودیرک و همکاران (Kurudirek et al., 2025) به بررسی باورهای غلط ریاضی، به‌ویژه در بین دانش‌آموزان دبیرستانی پرداختند و راه‌حل‌هایی ارائه کردند. اهداف اولیه تحقیق شامل شناسایی رایج‌ترین تصورات غلط ریاضی و کشف آنها بود. داده‌ها از طریق آزمون تشخیصی و همچنین مصاحبه با معلم و مشاهدات کلاسی جمع‌آوری شد. این آزمون مشکلات مفهومی، رویه‌ای و کاربردی را آشکار کرد، درحالی‌که مصاحبه‌ها و مشاهدات اطلاعات کیفی در مورد منابع سوءتفاهم‌ها و تاکتیک‌های آموزشی به دست دادند. باتوجه‌به داده‌های به‌دست‌آمده، تصورات غلط معمولاً ناشی از عدم درک مفهومی و اتکای بیش از حد است. در مورد روش‌های رویه‌ای و سوءتفاهم‌های زمینه‌ای علاوه بر این، نشان داده‌شده است که آموزش مفهومی، وسایل کمک بصری و یادگیری با پشتیبانی هم‌تایان به حذف باورهای غلط ریاضی کمک می‌کند. بولر (Boaler, 2022) پیشنهاد می‌کند که غلبه بر تصورات غلط را می‌توان از طریق یک ذهنیت رشدی به دست آورد. بر اساس تحقیقات خود، او استدلال می‌کند که دانش‌آموزانی که اشتباهات را به‌عنوان فرصت‌های یادگیری می‌بینند، احتمال بیشتری دارد که بر این مسائل غلبه کنند و درک عمیق‌تری از ریاضیات ایجاد کنند. علاوه بر این، او از استفاده از وسایل کمک بصری و ایجاد تعاملی محیط‌های یادگیری برای کمک به کاهش تصورات غلط در طول این فرایند حمایت می‌کند. آنجاندر و همکاران (Anajandar et al., 2016) در پژوهشی با نام متن کتب درسی ریاضی و نقش پر اهمیت آنان در تقویت بدفهمی‌ها بیان می‌دارند که: "کتب درسی ریاضی قسمت‌های کامل از زندگی روزمره‌ی ما به‌مثابه ریاضی‌دانان و معلمان ریاضی هستند. دانش‌آموزان از کتب ریاضیات جهت مطالعه و انجام سوالات تکلیف‌های درسی خود استفاده می‌نمایند. اشلاک (Ashlock, 2006) در تحقیق خود با رویکرد استفاده نمودن از الگوهای خطا جهت بهتر شدن آموزش، خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان را بررسی و راهکار ارائه نمود. همان‌گونه که دانش‌آموزان با عملیات ریاضی و شیوه‌های محاسبه‌ی آشنایی پیدا می‌کنند، امکان دارد علی‌رغم همه‌ی سعی معلم، روش‌های اشتباه و تصورات نادرست را پیش بگیرند. در آموزش، عوامل متعدد بسیاری تأثیرگذار هستند؛ لذا برای بررسی مشکلات بدفهمی دانش‌آموزان در مورد هر موضوع از جمله درس ریاضی توجه به عوامل مهم و درگیر در آموزش ضروری است. الیور (Olivier,

Barut & Retnawati⁹
Keiser¹⁰
Fujita¹¹
Fonseca & Cunha¹²
Ward¹³

(1992) در تحقیق خود بیان می کند که بدفهمی ها از عواملی هستند که منجر به بروز مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می شوند. بدفهمی ها به طور مستقل وجود ندارند؛ بلکه در یک چارچوب مفهومی خاص بروز می کنند و می توانند با تغییرات چارچوب تغییر کنند یا ناپدید شوند. شناخت بدفهمی ها و ریشه های ایجاد آنها در حوزه های مفهومی در سطوح مختلف تحصیلی، می تواند موجب ارتقای یادگیری گردد؛ زیرا بدفهمی ها بخشی از ساختار مفهومی ذهن دانش آموز را تشکیل می دهند که با مفهوم جدید در تعامل است. به دلیل اینکه بدفهمی ها منشأ بروز خطا هستند، این تأثیرات اغلب منفی هستند. او اعتقاد دارد دانش آموزان به جای اینکه طرحواره های ذهنی خود را از نو بسازند، به صورت عمومی تمایل هستند تا ایده های خود را در طرحواره های موجود خود جذب نمایند و با آنها منطبق کنند.

علی رغم تحقیقات گسترده ای که در مورد بدفهمی ها در جهان انجام شده، اخیراً در ایران کار علمی چندانی صورت نگرفته است. اهمیت موضوع و کمبود تحقیقات کافی در زمینه های مختلف در مورد بدفهمی ها نیاز به انجام تحقیق در این حوزه را صدچندان می کند. از جمله تحقیقات داخلی انجام شده در داخل کشور می توان به موارد زیر اشاره کرد. کریم نژاد لالمی و امینی سیاهمزیگی (Karim Nejad & Amini Siahmazgi, 2021) پژوهشی با عنوان شناسایی بدفهمی های رایج ریاضی پایه سوم ابتدایی انجام دادند. یافته ها نشان داد که دانش آموزان پایه سوم با بدفهمی های زیادی در حیطه های موضوعی و فرایندی ریاضی مواجه هستند. موسی پور و همکاران (Musapour et al., 2021) تحقیقی با عنوان سنجش میزان آشنایی دانش آموزان دختر پایه های چهارم و پنجم ابتدایی با ضرب و شناسایی بدفهمی های موجود انجام دادند. نتایج نشان داد که توانایی و قابلیت دانش آموزان در حل کردن مسائل مربوط به ضرب در سطح مطلوب و قابل قبولی است؛ از بدفهمی های شناخته شده در این تحقیق، انجام جمع به جای ضرب، بدفهمی در مراحل انجام یک ضرب، تخمین نادرست حاصل ضرب و بدفهمی در درک مفهوم ضرب یک عدد است. پژوهشی با عنوان بدفهمی های ریاضی و عوامل بروز آن در دانش آموزان پایه ی چهارم ابتدایی توسط حق خواه و همکاران (Haghkhal et al., 2021) انجام گرفته است که هدف آن واکاوی تجارب نو معلمان در زمینه ی شناسایی و مواجهه با بدفهمی های ریاضی دانش آموزان چهارم ابتدایی و علل بروز آن است. با تحلیل مضامین استخراج شده می توان فهمید که مشارکت کنندگان شناخت به نسبت مطلوبی از بدفهمی های ریاضی دارند و محتوای ثقیل مطالب کتاب ریاضی پایه ی چهارم و تناسب نداشتن آن با رشد شناختی دانش آموزان این پایه و در نهایت روبروشدن با کمبود زمان جهت ارائه ی مفاهیم را مهم ترین عوامل بروز بدفهمی ریاضی در این پایه می دانستند. همچنین می توان به تحقیقات: حق خواه و داوودی (Haghkhal & Davodi, 2021)، گرجی پور (Gorjipour, 2018)، عالمیان و همکاران (Alamian et al., 2018)، نوروزی و همکاران (Norouzi et al., 2017)، بخشعلی زاده و بروجردیان (Bakhshalizādeh & broojerdiān, 2017)، (Goya & Hessam, 2007) در مورد بدفهمی ها اشاره کرد.

در بین شاخه های مختلف ریاضیات، هندسه و مسائل آن همیشه با دامنه ی گسترده و وسیع تری از بدفهمی ها و مشکلات یادگیری مواجه بوده است و یادگیری آن فقط هنگامی اتفاق می افتد که با درکی عمیق آمیخته باشد (Yaftian, N. & Safabakhsh Chekousari, 2019). در دوره ی ابتدایی آموزش ها بیشتر به گونه ای هستند که باعث افزایش مهارت دیداری دانش آموزان می شوند و آن ها را به استفاده از شهود ترغیب می کنند. با گذر زمان و بالارفتن پایه ی تحصیلی دانش آموزان از آن ها، این انتظار ایجاد می شود که به استدلال های منطقی تجهیز شوند و قضایای مختلفی را اثبات کنند. مسیر یادگیری هندسه برای بیشتر دانش آموزان هموار نیست و آن ها را با چالش های مختلفی روبرو می کند. قسمت عظیمی از این مشکلات، در موضوع اشکال هندسی خود را بروز می دهد. دشواری دانش آموزان در ارتباط با مفاهیم شکلی که به خاطر ظاهر شکل، تمایل به نادیده گرفتن تعریف دارند، در روند استدلال های هندسی مانع بزرگی ایجاد می کند و برای مواجهه با چنین موقعیت های متضادی باید در کلاس های درس و توسط معلمان، آموزش های مخصوصی برای دانش آموزان در نظر گرفته شود. در واقع فرایند مفاهیم مساحت شکلی در ذهن دانش آموزان توسط روش های معمول هندسه شکل نمی گیرد. بلکه باید به کمک معلمان ریاضی و به صورت یک فرایند مستمر و نظام دار اجرا شود. باروت و رتاواتی (Barut & Retnawati, 2020) اعتقاد دارند چالش های دانش آموزان در هندسه شامل عدم توانایی تشخیص اشکال هندسی با توجه به تعاریف رسمی آن ها، ضعف در تجسم، عدم درک نمادها و اصطلاحات هندسی، عدم توانایی ارائه ی استدلال های دقیق در ارتباط با اشکال هندسی و غیره است. جهت برطرف شدن مشکلات و خطاهای دانش آموزان ضروری است سبب و منشأ آن ها مشخص شود. بنابراین در دنیای امروز دقت به نیازهای آموزشی و تغییر نحوه ی یادگیری با توجه به بالاتر رفتن سرعت آن، برنامه ریزی برای مدیریت بدفهمی ها به عنوان مشکل ویژه ی دانش آموزان در یادگیری مباحث مربوط به اشکال هندسی، دارای موضوعیت و اولویت است؛ بنابراین هدف این پژوهش بررسی بدفهمی دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی و کسب اطلاعاتی در مورد چگونگی تعریف، اشتباهات، تصورات غلط و بدفهمی های دانش آموزان در پایه ی چهارم ابتدایی است. این پژوهش به دنبال این سوال است که بدفهمی دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی در شهر ازنا کدامند؟

سؤال ها:

- 1- بیشترین و کمترین بدفهمی های دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی کدام اند؟
- 2- آیا بین بدفهمی بیش تعمیمی و عملکرد دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی رابطه وجود دارد؟
- 3- آیا بین بدفهمی بیش تخصیصی و عملکرد دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی رابطه وجود دارد؟
- 4- آیا بین بدفهمی ترجمه نادرست و عملکرد دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی رابطه وجود دارد؟
- 5- آیا بین بدفهمی مفهوم سازی نادرست و عملکرد دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی رابطه وجود دارد؟
- 6- آیا بین بدفهمی های سطح اشکال هندسی و عملکرد دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی رابطه وجود دارد؟
- 7- اولویت بدفهمی های دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی چگونه است؟

روش شناسی پژوهش

این تحقیق به لحاظ هدف، روش، زمان اجرا و منطق اجرا به ترتیب تحقیقی از نوع کاربردی، توصیفی - همبستگی، مقطعی و استقرائی است. جامعه آماری دانش آموزان پسر پایه چهارم شهرستان ازنا در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ به تعداد ۲۱۷ نفر بود. مطابق با جدول مورگان می بایست تعداد 180 نفر را به عنوان نمونه آماری در نظر می گرفتیم. اما باتوجه به شرایط و محدودیت هایی که در این زمینه وجود داشت و باتوجه به بخش مصاحبه با دانش آموزان جهت شناسایی بدفهمی ها، ۱۲۰ نفر به عنوان نمونه به روش نمونه گیری تصادفی خوشه ای انتخاب گردید. برای جمع آوری داده ها از آزمون محقق ساخته استفاده شد. در تهیه و تنظیم آزمون محقق ساخته، محقق سعی کرد تا از طریق استفاده از سؤالاتی که بدفهمی های سطح اشکال هندسی را به نحو مطلوب مورد سنجش قرار می دهد، اطلاعات مورد نیاز را از پاسخ دهندگان دریافت کند. برای تعیین ضریب روایی محتوا، از ۴ نفر از معلمان ریاضی که به مسئله مورد نظر تسلط داشتند درخواست شد تا هر گویه را بر اساس عامل کلی و جزئی مربوط به آن بر اساس طیف سه قسمتی «ضروری است»، «مفید است» و «غیرضروری» بررسی نمایند. لازم به ذکر است باتوجه به تعداد خبرگان یعنی ۴ نفر، میزان مورد قبول برای شاخص روایی محتوایی برابر با ۰/۹۹ است. نتایج بررسی روایی (CVR=1) نشان داد که تمامی ۷ سؤال طراحی شده، به دلیل مقدار شاخص روایی محتوایی بالاتر از ۰/۹۹ تأیید می گردند؛ بنابراین تمامی سؤالات طراحی شده در راستای اهداف پژوهشگر در اندازه گیری سازه فهم اشکال هندسی قرار دارند. جهت بررسی پایایی داده های گردآوری شده از روش آلفای کرانباخ استفاده شد. ضرایب آلفای کرانباخ به دست آمده برابر با ۰/۸۱ بود که مطلوب ارزیابی می شود. جهت تجزیه و تحلیل داده های پژوهش از نرم افزارهای آماری **Spss** نسخه ۲۷ استفاده شده است.

یافته ها

جهت بررسی فراوانی و تعیین بیشترین و کمترین بدفهمی دانش آموزان و پاسخ به سوالات پژوهش با توجه به داده های جمع آوری شده جدول 2 ارائه شد.

جدول 1: بدفهمی دانش آموزان در مفهوم سطح اشکال هندسی در درس ریاضی

نوع بدفهمی	تعداد خطا	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی تجمعی	درصد فراوانی تجمعی
بیش تعمیمی	بدون خطا	۳۹	۳۲,۵	۳۲,۵	۳۲,۵
یک خطا	یک خطا	۴۶	۳۸,۳	۳۸,۳	۷۰,۸

۹۴,۲	۲۳,۳	۲۳,۳	۲۸	دو خطا	
۱۰۰,۰	۵,۸	۵,۸	۷	سه خطا	
۲۲,۵	۲۲,۵	۲۲,۵	۲۷	بدون خطا	بیش تخصیصی
۷۵,۰	۵۲,۵	۵۲,۵	۶۳	یک خطا	
۹۱,۷	۱۶,۷	۱۶,۷	۲۰	دو خطا	
۱۰۰,۰	۸,۳	۸,۳	۱۰	سه خطا	
۷۱,۷	۷۱,۷	۷۱,۷	۸۶	بدون خطا	ترجمه نادرست
۹۳,۳	۲۱,۷	۲۱,۷	۲۶	یک خطا	
۹۷,۵	۴,۲	۴,۲	۵	دو خطا	
۱۰۰,۰	۲,۵	۲,۵	۳	سه خطا	
۳۳,۳	۳۳,۳	۳۳,۳	۴۰	بدون خطا	مفهوم سازی نادرست
۷۵,۰	۴۱,۷	۴۱,۷	۵۰	یک خطا	
۹۲,۵	۱۷,۵	۱۷,۵	۲۱	دو خطا	
۹۶,۷	۴,۲	۴,۲	۵	سه خطا	
۹۷,۵	۰,۸	۰,۸	۱	چهار خطا	
۹۹,۲	۱,۷	۱,۷	۲	پنج خطا	
۱۰۰,۰	۰,۸	۰,۸	۱	شش خطا	
۵,۰	۵,۰	۵,۰	۶	بدون خطا	بدفهمی های سطح اشکال هندسی
۲۱,۷	۱۶,۷	۱۶,۷	۲۰	یک خطا	
۳۵,۸	۱۴,۲	۱۴,۲	۱۷	دو خطا	
۴۶,۷	۱۰,۸	۱۰,۸	۱۳	سه خطا	
۷۰,۰	۲۳,۳	۲۳,۳	۲۸	چهار خطا	
۷۸,۳	۸,۳	۸,۳	۱۰	پنج خطا	
۹۰,۰	۱۱,۷	۱۱,۷	۱۴	شش خطا	

هفت خطا	۸	۶,۷	۶,۷	۹۶,۷
هشت خطا	۲	۱,۷	۱,۷	۹۸,۳
نه خطا	۲	۱,۷	۱,۷	۱۰۰,۰

همان گونه که در جدول ۱ مشخص است، در بررسی سؤال اصلی پژوهش نتایج نشان داد که از نظر بدفهمی بیش تعمیمی ۳۹ نفر هیچ بدفهمی نداشتند، ۴۶ نفر یک بدفهمی و بقیه بیش از یک بدفهمی داشتند. از نظر بدفهمی بیش تخصیصی نیز ۲۷ نفر بدفهمی نداشتند و ۶۳ نفر دارای یک بدفهمی، ۲۰ نفر دو بدفهمی و ۱۰ نفر دیگر نیز سه بدفهمی داشتند. در زمینه بدفهمی ترجمه نادرست ۸۶ نفر هیچ نوع بدفهمی نداشتند، ۲۶ نفر یک بدفهمی، ۵ نفر دو بدفهمی و ۳ نفر نیز دارای سه بدفهمی بودند. در زمینه بدفهمی مفهوم سازی نادرست نیز ۴۰ نفر بدون بدفهمی، ۵۰ نفر دارای یک بدفهمی، ۲۱ نفر دارای دو بدفهمی و ۵ نفر دارای ۴ بدفهمی بودند. در این زمینه افرادی که دارای تعداد بدفهمی های بیشتری بودند به نسبت بدفهمی های دیگر بیشتر بود. برای مثال در این زمینه ۱ نفر دارای چهار بدفهمی، دو نفر دارای ۵ بدفهمی و یک نفر نیز ۶ بار مرتکب بدفهمی شده بودند. به طور کلی نیز ۶ نفر هیچ نوع بدفهمی را مرتکب نشده بودند و ۲۰ نفر یک بار مرتکب بدفهمی شده بودند و بقیه دو یا بیش از دو بار مرتکب بدفهمی شده بودند.

با توجه به اینکه پژوهش حاضر از نوع مطالعات همبستگی است و هدف پژوهش، ارتباط مجموعه ای از متغیرهای با یکدیگر است، برای تحلیل داده ها متناسب با نوع داده ها در پاسخ به سوال های ۲ تا ۶ پژوهش از ضریب همبستگی اسپیرمن استفاده شد.

جدول ۲: همبستگی بین خطاها و عملکرد دانش آموزان

متغیر ملاک	متغیر پیش بین	ضریب همبستگی	معنی داری	ضریب تعیین
عملکرد دانش آموز	بیش تعمیمی	-0/50	0/01	0/25
عملکرد دانش آموز	بیش تخصیصی	-0/59	0/01	0/35
عملکرد دانش آموز	ترجمه نادرست	-0/41	0/01	0/17
عملکرد دانش آموز	مفهوم سازی محدود	-0/27	0/01	0/07
عملکرد دانش آموز	بدفهمی های سطح اشکال هندسی	-0/91	0/01	0/83

با توجه به جدول ۲، ضریب همبستگی بین دو متغیر عملکرد دانش آموز و بیش تعمیمی آنها در سطح خطای ۰/۰۵ و با ضریب همبستگی ۰/۵۰- ارتباط معنی داری وجود دارد. همچنین ضریب تعیین به دست آمده برابر با ۰/۲۵ است که نشان می دهد ۲۵ درصد از واریانس متغیر عملکرد دانش آموز توسط بیش تعمیمی توضیح داده می شود. ضریب همبستگی بین متغیر عملکرد دانش آموز و بیش تخصیصی برابر با ۰/۵۹- است که در سطح اطمینان ۰/۹۵ معنی دار است ($P < 0/05$). همچنین ضریب تعیین به دست آمده برابر با ۰/۳۵ است که نشان می دهد ۳۵ درصد از واریانس متغیر عملکرد دانش آموز توسط بیش تخصیصی توضیح داده می شود. ضریب همبستگی به دست آمده در رابطه بین عملکرد دانش آموز و ترجمه نادرست برابر با ۰/۴۱- است که در سطح اطمینان ۰/۹۵ معنی دار است ($P < 0/05$). همچنین ضریب تعیین به دست آمده برابر با ۰/۱۷ است که نشان می دهد ۱۷ درصد از واریانس متغیر عملکرد دانش آموز توسط ترجمه نادرست توضیح داده می شود. بین متغیر عملکرد دانش آموز و مفهوم سازی محدود ارتباط معنی داری در سطح اطمینان ۰/۹۵ وجود دارد ($r = -0/27, P < 0/05$). همچنین ضریب

تعیین بدست آمده برابر با 0/07 می باشد که نشان می دهد 7 درصد از واریانس متغیر عملکرد دانش آموز توسط مفهوم سازی محدود توضیح داده می شود. ضریب همبستگی بین متغیر عملکرد دانش آموز و بدفهمی های چهارگانه برابر با 0/91- است که در سطح اطمینان 0/95 معنی دار است. همچنین ضریب تعیین به دست آمده برابر با 0/83 است که نشان می دهد 83 درصد از واریانس متغیر عملکرد دانش آموز توسط بدفهمی ها توضیح داده می شود. بیشترین ارتباط بدفهمی با عملکرد دانش آموزان بیش تخصیصی می باشد. در حقیقت 35 درصد واریانس عملکرد توسط بیش تخصیصی تبیین می شود. همچنین با توجه به ضریب تعیین کل بدفهمی ها می توان بیان کرد: 83 درصد واریانس عملکرد دانش آموزان در مفهوم سطح اشکال هندسی توسط بدفهمی های به ترتیب بیش تخصیصی، بیش تعمیمی، ترجمه نادرست و مفهوم سازی محدود تبیین می شود. جهت اولویت بندی بدفهمی ها و پاسخ به سوال 7 پژوهش از آزمون فریدمن استفاده شد.

جدول شماره 3: آزمون فریدمن جهت اولویت بندی بدفهمی دانش آموزان

تعداد	خی دو	درجه آزادی	P
120	70/72	3	0/01

نتایج جدول شماره 3 باتوجه به مقدار آماره آزمون (70/72) و با 3 درجه آزادی نشان می دهد که فرضیه صفر مبنی بر یکسان بودن اهمیت بدفهمی های چهارگانه رد می شود. در جدول 4 می توان میانگین رتبه و رتبه های مربوط به هر یک از بدفهمی های دانش آموزان پسر پایه ی چهارم ابتدایی در مفهوم سطح اشکال هندسی درس ریاضی را مشاهده نمود.

جدول 4: اولویت بندی بدفهمی های دانش آموزان

رتبه	میانگین رتبه	بیشینه	کمینه	انحراف معیار	میانگین	بدفهمی
2	2,74	3	0	0,89	1,03	بیش تعمیمی
1	2,81	3	0	0,85	1,11	بیش تخصیصی
4	1,79	3	0	0,69	0,38	ترجمه نادرست
3	2,66	6	0	1,11	1,06	مفهوم سازی محدود

همان گونه که نتایج نشان می دهد خطای بیش تخصیصی با میانگین رتبه 2/81 در جایگاه اول، بیش تعمیمی با میانگین رتبه 2/74 در جایگاه دوم، مفهوم سازی محدود با میانگین رتبه 2/66 در جایگاه سوم و در نهایت بدفهمی ترجمه نادرست با میانگین رتبه 1/79 قرار دارد.

بحث و نتیجه گیری

دانش آموزان با ذهن تهی در کلاس حضور پیدا نمی کنند، بلکه با نظریات ریاضی و فرضیه های غیررسمی ساخته شده بر اساس تجربه هایشان، در کلاس حاضر می شوند. دانش آموزان دانش قبلی خودشان از مفاهیم ریاضی را با خود به کلاس درس می آورند. پژوهش ها نشان دهنده ی آن است که کار با این دانش قبلی می تواند منجر به درک عمیقی از مفاهیم بشود. بی تردید یادگیری ریاضیات همیشه با برداشت های ناقص یا ناصحیح دانش آموزان از یک مفهوم، با بدفهمی هایی در عملکرد آن ها همراه است. فراگیران در فرایند یادگیری در حیطه های گوناگون امکان دارد به بدفهمی دچار گردند. از آنجایی که بدفهمی ها فرد را کمک می کنند تا توجیهی برای اتفاقات دنیای اطراف

خود داشته باشند، در برابر تغییر و اصلاح مقاومت دارند. به این ترتیب، بعضی از این بدفهمی ها برای زمان زیادی در شخص باقی می ماند. کتاب ریاضی پایه ی چهارم ابتدایی به دلیل گستردگی مطالب آن در برخی از مفاهیم مهم ریاضی بخصوص مباحث محیط و مساحت، از نظر معلمان، یکی از سنگین ترین و ثقیل ترین پایه های دوره ابتدایی است. علاوه بر تعدد بالای مفاهیم، حجم زیاد و سنگین مباحث خصوصاً در بحث اشکال هندسی که شامل انواع مساحت ها، انواع محیط ها، اندازه گیری های مربوط به طول و عرض و ارتفاع، شناخت و تسلط به اشکال هندسی که نیازمند تجسم فضایی بوده و به طریق اولی احتیاج به هوش فضایی و هندسی قوی تری دارد (Haghkhan et al., 2021). در بین شاخه های مختلف ریاضیات، هندسه و مسائل آن همیشه با دامنه ی گسترده و وسیع تری از بدفهمی ها و مشکلات یادگیری مواجه بوده است و یادگیری آن فقط هنگامی اتفاق می افتد که با درکی عمیق آمیخته باشد (Yaftian & Safabakhsh Chekousari, 2019). در دوره ی ابتدایی آموزش ها بیشتر به گونه ای هستند که باعث افزایش مهارت دیداری دانش آموزان می شوند و آن ها را به استفاده از شهود ترغیب می کنند. با گذر زمان و بالا رفتن پایه ی تحصیلی دانش آموزان از آن ها، این انتظار ایجاد می شود که به استدلال های منطقی تجهیز شوند و قضایای مختلفی را اثبات کنند. مسیر یادگیری هندسه برای بیشتر دانش آموزان هموار نیست و آن ها را با چالش های مختلفی روبه رو می کند. قسمت عظیمی از این مشکلات، در موضوع اشکال هندسی خود را بروز می دهد. دشواری دانش آموزان در ارتباط با مفاهیم شکلی که به خاطر ظاهر شکل، تمایل به نادیده گرفتن تعریف دارند، در روند استدلال های هندسی مانع بزرگی ایجاد می کند و برای مواجهه با چنین موقعیت های متضادی باید در کلاس های درس و توسط معلمان، آموزش های مخصوصی برای دانش آموزان در نظر گرفته شود. در واقع فرایند مساحت مفاهیم شکلی در ذهن دانش آموزان توسط های معمول هندسه شکل نمی گیرد. بلکه باید به کمک معلمان ریاضی و به صورت یک فرایند مستمر و نظام دار اجرا شود (Fischbein, 1993). آگاهی و شناخت ریشه های بدفهمی های دانش آموزان در ریاضیات به معلمان کمک می کند تا با استفاده از طراحی های آموزشی مناسب در کلاس درس، از بروز این بدفهمی ها جلوگیری نموده و در صورت مشاهده، آنها را اصلاح نمایند (Gorzinnezhad, 2018). بدفهمی دانش آموزان در موضوعات مختلف ریاضی، مخلوق تجربه های ناموفق قبلی آنها در موضوعات اخیر است که در ریاضیات داشته اند. این پدیده، نتیجه ای از این حقیقت است که وقتی دانش آموزی اقدام به یادگیری می کند به مفهیمی بر می گردد که قبلاً آموخته است. به طور کلی، آموزش مباحث ریاضیات مستلزم شناختی همه جانبه از موضوع و نیز آسیب شناسی ابعاد حسابی، هندسی و جبری برداشت های محتمل دانش آموزان از این موضوعات است (Van Hiele, 1986). معلمان باید در حین تدریس از مثال های مناسب و متنوعی استفاده کنند تا به دانش آموزان آموزش دهند. استدلال های غیررسمی و تکیه بر شهود می توانند منجر به اشتباه و خطا شوند و در مقابل، استفاده از تعاریف می تواند در حل مسائل بسیار کمک کننده باشد. البته عملکرد پایین دانش آموزان در هندسه، فقط محصول نادیده گرفتن تعاریف نیست و به عوامل دیگری نیز وابسته است. نبود هماهنگی میان کتاب های درسی و سطح تفکر هندسی دانش آموزان (Gorjipour, 2018) و همچنین هم سطح نبودن تفکر هندسی معلمان و دانش آموزان، از عوامل تأثیرگذار بر چالش های آموزش و یادگیری هندسه هستند (Van Hiele, 1986). طبق تحقیقات (Kabadaş & Yavuz Mumcu, 2024) مربیان بیشتر از روش های سنتی برای تشخیص و رفع سوء تفاهم دانش آموزان استفاده می کردند. در بیشتر موارد، مربیان به جای تمرکز کامل بر استدلال دانش آموزان، ایرادات دانش آموزان را به صورت سطحی تصحیح می کردند. باتوجه به رویکردهای اصلاح باورهای نادرست دانش آموزان، معلمان ترجیح می دهند فوراً به دانش آموزان توصیه کنند که پاسخ هایشان نادرست است تا اینکه از دانش آموزان در تشخیص عیوب خود حمایت کنند. این یافته ها نیاز به افزایش درک معلمان و دانش آموزان از تصورات غلط ریاضی را برجسته می کند.

ریاضیات، چه به دلیل ماهیت آن و چه به دلیل تصورات غلطی که به آن نسبت داده می شود، همواره منبع سوء تفاهم برای دانش آموزان بوده است. معلمان که نقش کلیدی دارند، باید از این تصورات غلط ریاضی آگاه باشند و اطمینان حاصل کنند که آنها برای مدت طولانی ادامه پیدا نمی کنند. این تصورات غلط موانع قابل توجهی را برای عملکرد دانش آموزان ایجاد می کنند. معلمان باید اقدامات پیشگیرانه لازم را برای کاهش بدفهمی ها در آینده را انجام دهند. این رویکرد به پرورش جامعه ای از دانش آموزان سالم تر و شادتر کمک خواهد کرد که از ریاضیات به اندازه هنرهای دیگر مانند موسیقی و نقاشی لذت می برند و از حل صحیح مسائل در زندگی روزمره خود احساس رضایت می کنند. این امر می تواند از طریق مداخلات آگاهانه و هدفمند که برای تقویت درک مفهومی دانش آموزان طراحی شده اند، محقق شود. با تغییر از یک مدل یادگیری معلم محور و رویه ای به یک رویکرد مفهومی تر، مربیان می توانند دانش آموزان را به ابزارهایی که برای غلبه بر تصورات غلط ریاضی نیاز دارند، بهتر مجهز کنند. این تحقیق بدفهمی های حوزه ی اصلی ریاضی که در آن تصورات غلط رایج تر هستند (هندسه) را مورد شناسایی و بررسی قرار داد. از جمله بدفهمی های بحث اشکال هندسی که در این تحقیق شناسایی شد، اشتباه کردن دانش آموزان در رسم ارتفاع مثلث بود. اکثر دانش آموزان تصور می کردند که باید حتماً ارتفاع مثلث درون آن رسم شود. در حالی که در مثلث های با زاویه باز ارتفاع مثلث در خارج آن رسم می شود. در واقع در جواب به چنین مسائلی، باوجود این که دانش آموزان مفهوم ارتفاع را می دانند، اما نمی توانند به درستی آن را رسم

کنند. در این وضعیت ابتدا باید تعریف ارتفاع برای دانش آموز یادآوری شده و سپس از او خواسته شود تا مسئله را طبق تعریف حل کنند؛ نه بر مبنای آنچه که از ظاهر شکل به ذهنشان خطور می کند. نمونه ی دیگر بدفهمی که در قالب سؤالات آزمون شناسایی شد، در سؤالاتی بود که جهت سنجش توانایی دانش آموز در تشخیص، شناسایی و تعریف اشکال هندسی طرح شده بودند. در واقع همان گونه که پیش بینی می شد، دانش آموزان مربع و مستطیل را در تعریف و تشخیص، همچنین در محاسبه محیط و مساحت اشتباه انتخاب می کردند. این نتایج با نتایج یافتیان و پازوکی (Yaftian&pazoki, 2021)، فیشبین (Fischbein, 1993) و بارگر و شاقنزی (Burger& Shaughnessy, 1986) همسویی و مطابقت داشت. همان گونه که قبلاً اشاره شد، در سؤالات آزمون همزمان چند بدفهمی پیش بینی و طراحی شده بود که طبق انتظار، دانش آموزان با پاسخ اشتباه به سؤال، دچار بیش از یک نوع بدفهمی شده بودند. در یکی از سؤالات آزمون نوعی دیگر از بدفهمی ها توسط دانش آموزان کشف شد؛ در طراحی این سؤال آزمون دو مستطیل داده شده بود که مساحت یکسان داشتند که دانش آموز باید با استفاده از اندازه ی مساحت مستطیل اول، اندازه ی طول مستطیل دوم را پیدا کند. از طرفی یکی از مستطیل ها به صورت عمودی و دیگری به صورت افقی قرار گرفته بودند. به عبارت دقیق تر، دانش آموزان در حین پاسخگویی به این سؤال، چرخش شکل در صفحه را به صورت ناخودآگاه، به عنوان عاملی برای تفاوت دو شکل در نظر گرفته بودند و از همین جا دچار اشتباه شده بودند. برای برطرف کردن عامل ایجاد این نوع بدفهمی می بایست معلمان ریاضی در دوره ی ابتدایی، انواع مستطیل ها با اندازه های مختلف را در جهت های مختلف عمودی، افقی، کج و مورب با دانش آموزان کار کنند. نتایج نشان داد که عمده ی دلایل بدفهمی ها این بود که دانش آموز، دچار تخصیص بیش از اندازه مفهوم به یک مفهوم مشخص شده یا اصطلاحاً دچار خطای بیش تخصیصی شده بود. بیش تعمیمی به معنای تعمیم یک مفهوم درست و صحیح به وضعیتی دیگر است؛ بعد از بیش تخصیصی بیشترین فراوانی مربوط به این خطا بود. بعد از آن ها مفهوم سازی محدود بیشترین خطایی بود که دانش آموزان مرتکب آن شدند؛ مفهوم سازی محدود بدین معناست که ریشه ی بدفهمی دانش آموز به درک نکردن مفهوم یا رویه بستگی دارد. در واقع عمده دانش آموزانی که خطای مفهوم سازی محدود دارند، مفهوم را به صورت ناقص یاد گرفته اند. ترجمه نادرست کمترین میزان خطایی بود که دانش آموزان دچار آن بودند. دانش آموزان هنگام پاسخگویی به سؤال، در ترجمه ی نمادها، جدول ها، واژگان یا نمودارها دچار اشتباه می شوند. بررسی مشکلات و بدفهمی های دانش آموزان در مورد یادگیری و نیز حل مسائل مربوط به اشکال هندسی می تواند مورد استفاده معلمان دوره ابتدایی، مؤلفان کتب درسی و پژوهشگران قرار بگیرد.

پیشنهاد های کاربردی پژوهش

باتوجه به یافته های تحقیق پیشنهاد می گردد، جهت جلوگیری و پیشگیری از بروز بدفهمی های مربوط به سطح اشکال هندسی، معلمان دوره ی ابتدایی، با موضوع بررسی بدفهمی های سطح اشکال هندسی، درس پژوهی های متعددی را انجام دهند و نتایج و راهکارهای مناسب آن را در اختیار سایر معلمان و همکاران خود قرار دهند. در رابطه با درک عملیاتی و در راستای تقویت هوش فضایی دانش آموزان، پیشنهاد می شود که معلمان درباره توانایی دانش آموزان در به کارگیری روش های عملیاتی گوناگون (منطقی صرف، بصری و مکانی) مطالعاتی داشته باشند و توانایی های دانش آموزان چهارم ابتدایی در به کارگیری هر کدام از این روش ها برای اطلاع از نتیجه اثربخشی بدون اعلام آن نتایج به دانش آموزان و صرفاً به خاطر آگاهی خود معلم مقایسه شود. تسلط و آشنایی طراحان و تولیدکنندگان محتوای آموزشی به بدفهمی های دانش آموزان، می تواند این فرصت را فراهم آورد تا در محتوای تولید شده با گنجاندن مثال ها و حتی با حذف بعضی از مثال ها امکان آشنایی دانش آموزان با بدفهمی ها را افزایش داده و از این راه به دانش آموزان به درک بهتری از مفاهیم کمک کنند.

ملاحظات اخلاقی

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

در مطالعه حاضر فرم های رضایت نامه آگاهانه توسط تمامی آزمودنی ها تکمیل شد.

حامی مالی

پژوهش حاضر هیچ حامی مالی نداشته است.

مشارکت نویسندگان

نویسنده اول مسئول هدایت فرآیند کلی تحقیق و طرح تحقیق بود. نویسنده دوم مسئولیت جمع آوری داده ها را برعهده داشت. هردو نتایج را مورد بحث و بررسی قرار دادند، نسخه نهایی مقاله را بررسی و تایید کردند.

تعارض منافع

بنابر اظهار نویسندگان مقاله حاضر فاقد هرگونه تعارض منافع بوده است.

References

- Alamian, V., Seyyedi, M. & Habibi, M. (2018). Identifying the misconceptions of eighth grade students on geometry skills and the use of Van Hiele theory to improve their geometry skills. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 17(67), 123-148. (Persian)
- Alkramiti, A. M. (2023). Misconceptions of mathematics and its relationship to the learning pleasure among elementary school students in Saudi Arabia. *Elementary Education Online*, 19(4), 303–321. <https://ilkogretim-online.org/index.php/pub/article/view/4080>
- Altıparmak, K. & Gürcan, G. (2021). Examination of 4th Grade Students' Definitions for Square, Rectangle and Triangle Geometric Shapes, *Education Quarterly Reviews*, 4(3), 19 pages. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3912277>
- Amiri, A., Davoodi, A. & Haghkhal, S. (2022). Lived Experiences of Farhangian University Graduates in Recognizing Challenges and Effective Strategies in Reducing Fourth Grade Elementary Mathematical Misconceptions. *Quarterly Journal of Education Studies*, 8(30), 15-26. (Persian)
- Ananjandar, J. (2016). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fraction . In Leinhardt, G., Putnam, R. & Hatrup, R. A. (Eds), *Analysis of arithmetic for Mathematics teaching*, 283-321. Hillsdale, NJ : L. Erlbaum Associates.
- Ashlock, R. (2006). *Error Patterns in Computation, Using Error Patterns to improve instruction* (Ninth Ed). Upper Saddle River, NJ: Pearson, Merrill Prentice Hall.
- Bakhshalizādeh, S. & broojerdiān, N. (2017). Identifying the primary school fourth grade students' common misconceptions in content area of geometry and measurement: A comparison of their performance with the mean performance at international level. *Journal of Educational Innovations*, 16(4), 101-126. (Persian)
- Boaler, J. (2022). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative mathematics, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley & Sons.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education* 48-31.
- Chew, S. L., & Cerbin, W. J. (2021). The cognitive challenges of effective teaching. *The Journal of Economic Education*, 52(1), 17–40. <https://doi.org/10.1080/00220485.2020.1845266>
- Clement, J. (1993). Using bridging analogies and anchoring intuitions to deal with students' preconceptions in physics. *Journal of Research in Science Teaching*, 30(10), 1241– 1257. <https://doi.org/10.1002/tea.3660301007>
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Drews, D. (2005). *Children's errors and misconceptions in mathematics*. In A. Hansen (Ed.), *Understanding common misconceptions in primary mathematics* (pp. 14–22). London: Learning Matters Ltd.
- Erdoğan, M., Kurudirek, A., & Akça, H. (2014). The effect of mathematical misconception on students' success in kinematics teaching. *Education Journal*, 3(2), 90–94. <https://doi.org/10.11648/j.edu.20140302.18>

Eryılmaz, A., & Sürmeli, E. (2002). -ç-aşamalı sorularla öğrencilerin ısı ve sıcaklık konularındaki kavram yanlışlarının ölçülmesi. V. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulmuş sözlü bildiri, Orta Doğu Teknik -niversitesi, Ankara, Türkiye.

Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01273689>

Gilbert, J., & Watts, M. (1983). Concepts, Misconceptions and Alternative Conceptions: Changing Perspectives in Science Education. *Studies in Science Education*, 10, 61-98.

Gorjipour, F. (2018). Level of geometric learning of ninth grade students based on Van Hailey's theory. Master's thesis in Mathematics Education, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran. (Persian)

Gorzinnezhad, M. (2018). Understanding conceptual questions in the recognition of Mathematical misperception Students of the sixth leg, a pattern for education. *Journal of Education In Basic Sciences*, 3(9), 51-65. SID. <https://sid.ir/paper/269556/en> (Persian)

Goya, Z. & Hessam, A. (2007). Mental schemas: Explaining students' mathematical misunderstandings. *Quarterly Journal of Applied Psychology*, 2(1), 177-200. (Persian) <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.20084331.1386.2.1.2.2>

Haghkhal, S., & Davodi, A. (2021). Strategies for Preventing and Correcting Mathematical Misconceptions (A Qualitative Study). *Journal of education in basic science*, 6(21), 24-37. SID(Persian). <https://sid.ir/paper/373088/en>

Haghkhal, S. & Davodi, A. & Amiri, A. (2021). Mathematical Misunderstandings and their Causes in Fourth Grade Elementary School Students Based on the Lived Experiences of Farhangian University Graduates: (A Qualitative study). *Curriculum Planning Knowledge & Research in Educational Sciences*, 18(43 (70)), 189-209. (Persian) <https://sid.ir/paper/955141/en>

Irawan, E., & Wilujeng, H. (2020). Development of an online mathematical misconception instrument. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(1), 12080. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012080>

Jacobson, C., & Lehrer, R. (2000). Teacher appropriation and student learning of geometry through design. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 71-88.

Karim Nejad Lalami, Z., and Amini Siahmazgi, N., (2021). Identifying Common Misconceptions in Third Grade Mathematics. *Scientific Research Conference on New Approaches in the Humanities of Iran*. (Persian) <https://sid.ir/paper/900989/fa>

Keiser, J. M., Klee, A., & Fitch, K. (2003). An assessment of students' understanding of angle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(2), 116-119.

Kembitzky, A.K. (2009) *Addressing Misconceptions in Geometry Through Written Error Analyses, Dissertation Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the Graduate School of The Ohio State University.*

Kurudirek, A., Karim, B., Sarhang, D., & Tulqin, S., (2025). Math misconceptions: Mistakes, misunderstanding, and confusion. *Educenter Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 4(1) 16-25.

Luneta, K. (2015). Understanding students' misconceptions: An analysis of final Grade 12 examination questions in geometry. *Pythagoras*, 36(1), Art. 261, 11 pages.

Mbusi, N. (2015). Misconceptions and related errors displayed by pre-service foundation phase teachers in transformation geometry. International Conference on Mathematics. *Science and Technology Education*, 386-400.

Musapour, M., Jalali, M. and Anvari, A. (2021). Measuring the level of familiarity of fourth and fifth grade female students in Guilan province with multiplication and identifying existing misunderstandings. *Research in Mathematics Education*, 2(3), 81-89. (Persian)

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston,VA: Author.

Norouzi, S., Mehrmohammadi, M., Reyhani, E. & Ferdanesh, H. (2017). Correcting some knowledge and belief misunderstandings of third grade elementary school students based on Schoenfeld and Gagnier problem-solving frameworks. *Research in Curriculum Planning*, 2(14), 17-26. <https://sanad.iau.ir/en/Article/897810> (Persian)

Olivier, A. (1992). Handeling pupils' misconceptions. Thirteenth National Convention on Mathematics, *Physical Science and Biology Education*, Pertoria. 9-1 July 1992.

Radiusman, R. (2020). Studi literasi: Pemahaman konsep anak pada pembelajaran matematika. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 6(1), 1-8. <https://doi.org/10.24853/fbc.6.1.1-8>

Sabzali, N., & Ameenbani, N. (2021). Investigating the effect of geometry education based on Van Hailey's theory on students' learning. *Research in Mathematics Education*, 1(2), 1-11. (Persian)

Soygur, M. (2008). *Misconceptions of Students in Algebra Lessons: An Investigation of Issues in the Middle Schools of the TRNC* (Doctoral dissertation, Eastern Mediterranean University)

Taber, K. S. (2015). Alternative conceptions/frameworks/misconceptions. In *Encyclopedia of science education* (pp. 37–41). Springer Berlin.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A theory of Mathematics Education*, Academic press Inc.

Yaftian, N. & pazoki, L. (2021). Students' challenges with the figural concepts in geometry. *Theory and Practice in Teachers Education*, 7(11), 47-65. (Persian)

Yaftian, N. & Safabakhsh Chekousari, A. (2019). Teaching and learning geometry: introducing the Van Hiele theory. *Mathematics and Society*, 4(3), 9-22. (Persian) [doi:10.22108/msci.2020.118021.1329](https://doi.org/10.22108/msci.2020.118021.1329)

Yusup, M. (2023). Students' errors in solving math problems in the form of stories on the topic of sequences and series. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika: PowerMathEdu*, 2(3), 269–280. <https://doi.org/10.31980/pme.v2i3.1764>